

En route pour le niveau 6 :

■ Comment franchir l'étape 1

(Niveau 4)

- Traitez l'exercice ci-dessous et remettez moi votre copie.
- Si elle est correctement rédigée et proprement présentée, elle vous permettra d'atteindre le niveau 4.
- La date limite est le 10 septembre^a

■ Comment franchir l'étape 2

(Niveau 6)

- Une fois l'étape 1 franchie^b, vous recevrez un lien vers l'énoncé d'un nouvel exercice.
- Si vous réussissez à traiter ce nouvel exercice, vous atteindrez le niveau 6

a. Il faut rendre plus tôt si vous envisagez de franchir l'étape 2.

b. i.e. une fois que vous avez rendu l'exercice et que celui-ci a été corrigé

Deux consignes importantes de rédaction

■ Se désintoxiquer de l'usage abusif du symbole $\Rightarrow$:

- Le symbole « $\Rightarrow$ » ne signifie pas « donc »
- Votre copie doit être rédigée sans utiliser ce symbole.

■ Attacher une grande importance à la présentation et à la rédaction :

- Faire des phrases complètes dans lesquelles l'orthographe n'est pas négligé
 - Ne pas utiliser les symboles tels que « $\forall$ » et « $\Leftrightarrow$ » comme des abréviations
- En cas de non respect d'une de ces consignes, votre copie ne pourra pas être corrigée.

Exercice 4 — Soient $p, q \in \mathbb{R}$. On note P la fonction polynomiale $x \mapsto x^3 + px + q$.

1. On suppose que $p \geq 0$. Déterminer le nombre de racines réelles de P .
2. On suppose que $p < 0$. Montrer que les trois assertions suivantes sont équivalentes, dans lesquelles α est un réel à préciser en fonction de p et q :
i) P possède trois racines réelles *ii)* $P(-\alpha)P(\alpha) < 0$ *iii)* $4p^3 + 27q^2 < 0$.
3. On revient au cas général où p est un réel quelconque. Montrer que P possède trois racines réelles si et seulement si $4p^3 + 27q^2 < 0$.
4. *Application.* Combien la fonction $Q : x \mapsto x^3 + 3x^2 - 2x - 3$ possède-t-elle de racines réelles ? On répondra à la question sans étudier cette fonction, en appliquant le résultat précédent à la fonction $P : x \mapsto Q(x + a)$ pour une certaine constante a bien choisie.