

## ■ Objectif :

- Continuer à s'exercer sur le thème du dénombrement.

## ■ Les exercices

- 1 3 points – On dispose de  $n$  boules numérotées de 1 à  $n$  que l'on répartit entre trois compartiments. (Chaque compartiment peut éventuellement contenir les  $n$  boules).
1. Trouver le nombre de rangements possibles tels que deux des trois compartiments soient vides.
  2. Trouver le nombre de rangements possibles tels qu'un seul des trois compartiments soit vide.
  3. Trouver le nombre de rangements possibles tels qu'aucun compartiment ne soit vide.
- 2 4 points – On appelle *diagonale* d'un polygone convexe tout segment joignant deux de ses sommets non consécutifs. Si un tel polygone possède autant de diagonales que de cotés, combien de côtés possède-t-il ?
- 3 3 points – Combien existe-t-il d'applications de  $\llbracket 1, 3n \rrbracket$  dans  $\llbracket 1, n \rrbracket$  dont tout élément de l'image possède exactement 3 antécédents ?
- 4 4 points – Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  on note  $R_n$  le nombre de rectangles inclus dans le triangle de sommets  $(0, 0)$ ,  $(0, n)$  et  $(n, 0)$ .
1. Montrer que pour tout  $n \geq 1$  :  $R_{n+1} = R_n + \frac{(n+2)(n+1)n}{6}$
  2. En déduire  $R_n$  en fonction de  $n$  pour tout  $n \geq 1$ .