

■ Objectif :

- Revoir sur un exemple les techniques classiques relatives aux espaces vectoriels (sous-espace vectoriel, base, supplémentaires).

■ L'exercice**1** 15 points

Soit $n \in \mathbb{N}^*$. On pose $E = \{P \in \mathbb{C}[X] \mid (X^n + 1)P(X) = P(X^2)\}$.

1. Montrer que E est un sous-espace vectoriel de $\mathbb{C}[X]$.
2. Soit $P \in E \setminus \{0\}$. Déterminer le degré de P .
3. Trouver un élément non nul de E .
4. Déterminer entièrement E .