II p-listes d'un ensemble fini E

- **Cadre.** • E est un ensemble fini de cardinal n (sauf dans le théorème 3). • p est un entier naturel non nul

1 p-listes générales

Définition 1

Une *p-liste* (ou p-uplet) de E est :

Exemple 1 — Les 2-listes de $E = \{a, b, c\}$ sont :

- **Remarque.** Dans une p-liste : • •

Théorème 1

Le nombre de p-listes de E est :

SF 2 : Dénombrer des tirages successifs et avec remise

On tire *successivement et avec remise* p boules dans une urne contenant n boules. Il y a n^p tirages possibles.

Exemple 2 *SF 2* — **1.** On lance un dé quatre fois de suite. Combien de résultats peut-on obtenir ?
2. Un jardinier doit installer une rangée de douze pots de plans de tomates. Combien de semi différents peut-il réaliser sachant qu'il peut semer entre 1 et 4 graines dans chaque pot ?

2 Arrangements

Définition 2

Un *arrangement de p éléments*, ou *p-arrangement* de E est :

Exemple 3 — Les 2-arrangements de $E = \{a, b, c\}$ sont :

Théorème 2

Si $p \leq n$, le nombre de p-arrangements de E est :

Exercice 1 — Etablir le résultat par étapes successives.

- **Remarque.** Si $p > n$ alors il n'y a aucun arrangement de E à p éléments.

SF 3 : Dénombrer des tirages successifs et sans remise

On tire *successivement et sans remise* p boules dans une urne contenant n boules. Il y a $\dfrac{n!}{(n-p)!}$ tirages possibles.

Exemple 4 *SF 3* *Le tiercé* — Un joueur assiste à une course de 15 chevaux et parie sur le premier, le second et le troisième cheval à l'arrivée. Combien y-a-t-il de tiercés gagnants possibles ?

Théorème 3 : Applications injectives

Si $\mathrm{Card}(E) = p$ et $\mathrm{Card}(F) = n$, alors il y a :

Exercice 2 — En procédant par étapes successives prouver le résultat précédent lorsque $p \leq n$.

3 Permutations

- **Rappel.** Une permutation de E est une bijection de E sur E.

Théorème 4 : Permutations

Le nombre de permutations de E est :

- **Interprétation.** Une permutation correspond à une façon de :

Exemple 5 *SF 3* — Combien y a t-il de façons de disposer 8 livres côte à côte (et à l'endroit) sur une étagère ?

Exemple 6 *SF 3* — Combien d'anagrammes peut-on former à partir du mot CHEVAL ?

Exemple 7 — Combien de permutations de $[\![1, n]\!]$ envoient 1 sur 2 et 2 sur n ?