

**■ Objectif :**

- Approfondir à travers quelques exercices plus originaux.

**■ Les exercices****■ Théorème d'encadrement**

**1** 3 points – Etudier en fonction de  $a > 0$  la limite de la suite  $u$  définie pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  par :  $u_n = \lfloor a^n \rfloor^{\frac{1}{n}}$ .

**■ Suite récurrente  $u_{n+1} = f(u_n)$** 

**2** 8 points – Soit  $x_0 \in \mathbb{R}_+^*$ . On pose  $u_0 = x_0$  et, pour tout  $n \in \mathbb{N}$ ,  $u_{n+1} = \frac{1}{u_n e^{u_n}}$ .  
Etudier la convergence de  $u$ .

**■ Non existence de limite (finie)**

**3** 9 points – Pour tout  $n \in \mathbb{N}^*$  on pose :  $u_n = \sum_{k=1}^n \frac{\cos(\ln k)}{k}$ . Montrer que  $(u_n)_{n \geq 1}$  est divergente.