

■ Objectif :

- Chercher un ou plusieurs petits exercices sur les applications

■ L'exercice

- 1** 3 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ injective sur E .
Montrer que pour toute partie $A \subset E$: $f^{-1}(f(A)) = A$.
- 2** 3 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ surjective de E sur F .
Montrer que pour toute partie $B \subset F$: $f(f^{-1}(B)) = B$.
- 3** 9 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ une application. On considère l'application $\varphi : \mathcal{P}(E) \longrightarrow \mathcal{P}(F)$
 $A \longmapsto f(A)$
1. Montrer que f est injective si et seulement si φ est injective.
 2. Montrer que f est surjective si et seulement si φ est surjective
- 4** 9 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ une application. On considère l'application $\psi : \mathcal{P}(F) \longrightarrow \mathcal{P}(E)$.
 $B \longmapsto f^{-1}(B)$
1. Montrer que f est injective si et seulement si ψ est surjective.
 2. Montrer que f est surjective si et seulement si ψ est injective