

■ Objectif :

- Chercher un ou plusieurs petits exercices sur les applications

■ L'exercice

1 3 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ injective sur E .

Montrer que pour toute partie $A \subset E$: $f^{-1}(f(A)) = A$.

2 3 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ surjective de E sur F .

Montrer que pour toute partie $B \subset F$: $f(f^{-1}(B)) = B$.

3 9 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ une application. On considère l'application $\varphi : \mathcal{P}(E) \rightarrow \mathcal{P}(F)$
 $A \mapsto f(A)$

1. Montrer que f est injective si et seulement si φ est injective.
2. Montrer que f est surjective si et seulement si φ est surjective

4 9 points – Soient E, F deux ensembles et $f : E \rightarrow F$ une application. On considère l'application $\psi : \mathcal{P}(F) \rightarrow \mathcal{P}(E)$.
 $B \mapsto f^{-1}(B)$

1. Montrer que f est injective si et seulement si ψ est surjective.
2. Montrer que f est surjective si et seulement si ψ est injective