

■ Objectif :

- Effectuer les trois calculs ci-dessous en utilisant les nombres complexes.

■ Les calculs

1 3 points – Linéariser : $\sin^3(2x)\cos(3x)$.

2 6 points – Soient $n \in \mathbb{N}$ et $\theta \in \mathbb{R}$. On suppose que θ n'est pas de la forme $\pi/2 + k\pi$ avec $k \in \mathbb{Z}$.

Calculer la somme :
$$\sum_{k=0}^n \frac{\cos(k\theta)}{\cos^k \theta}.$$

3 6 points – Soit n un entier naturel supérieur ou égal à un. On pose $\omega = e^{\frac{2i\pi}{n}}$.

Montrer que pour tout $z \in \mathbb{C}$:
$$\sum_{k=0}^{n-1} (\omega^k + z)^n = n(z^n + 1).$$