

Rappels et compléments sur les fonctions

0 a) $f : x \mapsto (x^3 + x - 2)^4$ est de la forme u^4 où $u : x \mapsto x^3 + x - 2$.

On a $f'(x) = 4 \times u'(x) \times (u(x))^3 = 4(3x^2 + 1)(x^3 + x - 2)^3$.

b) $f : x \mapsto \frac{1}{(e^x + e^{-x})^2}$ est de la forme u^{-2} où $u : x \mapsto e^x + e^{-x}$.

On obtient $f'(x) = -2u'(x)(u(x))^{-3} = \frac{-2(e^x - e^{-x})}{(e^x + e^{-x})^3}$.

c) $f : x \mapsto \ln(\ln x)$ est de la forme $\ln u$ où $u : x \mapsto \ln x$.

On a $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)} = \frac{1}{x \ln x}$.

d) $f : x \mapsto \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$ est de la forme \sqrt{u} où $u : x \mapsto \frac{1+x}{1-x}$.

On obtient, tous calculs faits, $f'(x) = \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}} = \frac{-x\sqrt{1-x}}{2(1-x)^2\sqrt{1+x}}$

e) $f : x \mapsto \frac{\cos x}{\sqrt{\sin x + 2}}$ est de la forme $\frac{\cos}{\sqrt{u}}$ où $u : x \mapsto \sin x + 2$.

On obtient, tous calculs faits, $f'(x) = \frac{-\sin x \times \sqrt{u(x)} - \cos x \times \frac{u'(x)}{2\sqrt{u(x)}}}{u(x)} = \frac{-\sin^2 x - 4\sin x - 1}{2(\sin x + 2)\sqrt{\sin x + 2}}$.

f) $f : x \mapsto \frac{\ln(x^4)}{x}$ est de la forme $\ln u$ où $u : x \mapsto x^4$.

On obtient, $f'(x) = \frac{\frac{u'(x)}{u(x)} \times x - \ln(u(x)) \times 1}{x^2} = \frac{4 - \ln(x^4)}{x^2}$.

g) $f : x \mapsto \frac{e^{x-\frac{1}{x}}}{x^2 - 1}$ est de la forme e^u où $u : x \mapsto x - 1/x$.

On obtient, tous calculs faits : $f'(x) = \frac{u'(x)e^{u(x)} \times (x^2 - 1) - 2xe^{u(x)}}{(x^2 - 1)^2} = e^{x-1/x} \times \frac{x^4 - 2x^3 - 1}{x^2(x^2 - 1)^2}$.

h) $f : x \mapsto \frac{\ln \sqrt{3x+7}}{4-x^2}$ est de la forme $x \mapsto \frac{\ln u(x)}{4-x^2}$ où $u : x \mapsto \sqrt{3x+7}$.

On obtient $u'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+7}}$ puis il vient, après simplifications, $f'(x) = \frac{3(4-x^2) + 2x(3x+7)\ln(3x+7)}{2(3x+7)(4-x)^2}$.

i) $f : x \mapsto \left(\cos^2 x + \frac{3}{2}\right) \sin 2x$.

On obtient, après simplifications en dérivant le produit puis et en utilisant les identités $\sin 2x = 2 \cos x \sin x$, $\cos 2x = 2 \cos^2 x - 1$ et $\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$, $f'(x) = 8 \cos^4 x - 3$.

j) $f : x \mapsto \ln(\ln(\ln x))$ est de la forme $\ln u$ où $u : x \mapsto \ln(\ln x)$.

On a $f'(x) = \frac{u'(x)}{u(x)}$ et on a calculé $u'(x)$ au c). On obtient donc $f'(x) = \frac{1}{x \ln x \ln(\ln x)}$.

k) $f : x \mapsto \sin\left(\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)\right)$ est de la forme $\sin(u)$ où $u : x \mapsto 1 + \frac{2}{x}$.

On obtient $f'(x) = -\frac{2}{x^2 + 2x} \cos\left(\ln\left(1 + \frac{2}{x}\right)\right)$.

l) $f : x \mapsto \sqrt{x^2 + 6x - 1}$. On obtient $f'(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2 + 6x - 1}}$.