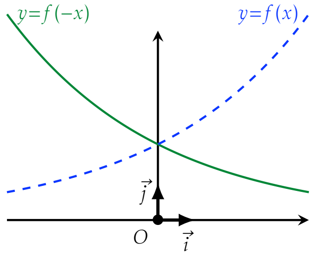
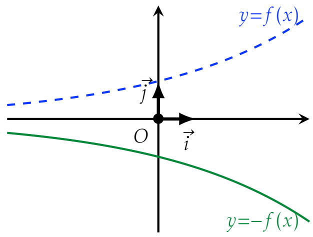
I Transformations affines du graphe

- **Cadre.** • $f : D \to \mathbb{R}$ est une fonction. • $\mathscr{C}_f$ est la courbe représentative de f dans un repère orthonormé $(O, \vec{\imath}, \vec{\jmath})$.

Théorème 1 : Symétries

- Le graphe de $x \mapsto -f(x)$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par *symétrie d'axe* (Ox).
- Le graphe de $x \mapsto f(-x)$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par *symétrie d'axe* (Oy).

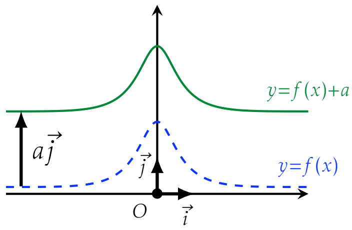


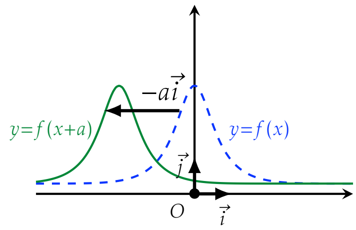


- **Graphiquement.**
  - Le graphe d'une fonction paire est symétrique par rapport à (Ox).
  - Le graphe d'une fonction impaire est symétrique par rapport à l'origine O du repère.

Théorème 2 : Translations

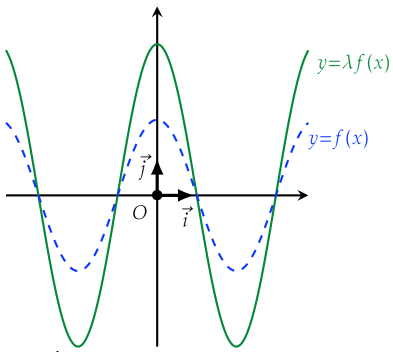
Soit $a \in \mathbb{R}$.
- Le graphe de $x \mapsto f(x) + a$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par *translation de vecteur* $a\vec{\jmath}$.
- Le graphe de $x \mapsto f(x+a)$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par *translation de vecteur* $-a\vec{\imath}$.

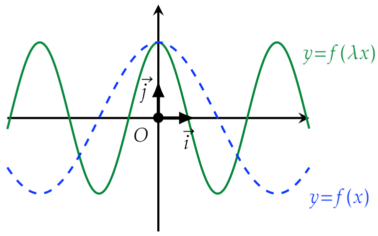




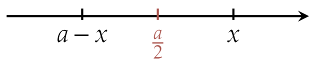
Théorème 3 : Dilatations

Soit $\lambda \in \mathbb{R}_+^*$.
- Le graphe de $x \mapsto \lambda f(x)$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par *dilatation verticale de facteur* λ.
- Le graphe de $x \mapsto f(\lambda x)$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par *dilatation horizontale de facteur* $\dfrac{1}{\lambda}$.





- **Remarque.** Soit $a \in \mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, les points x et $a - x$ sont symétriques l'un de l'autre par rapport à $\dfrac{a}{2}$. En effet, $\dfrac{a}{2}$ est le milieu du segment d'extrémités x et $a - x$ car : $\dfrac{x + (a-x)}{2} = \dfrac{a}{2}$.



Par conséquent :

- Le graphe de $x \mapsto f(a-x)$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par symétrie d'axe d'équation $x = \dfrac{a}{2}$.
- Le graphe de $x \mapsto a - f(x)$ s'obtient à partir de $\mathscr{C}_f$ par symétrie d'axe d'équation $y = \dfrac{a}{2}$.