SF 1 — Etablir une inégalité du type « $\forall x \in D, \quad f(x) \le g(x)$ »

- *Méthode 1.* On peut étudier la fonction $f-g$ sur l'ensemble D.
- *Méthode 2.* Lorsque f est dérivable et convexe *i.e.* lorsque f' est croissante :
  - On peut utiliser l'inégalité des tangentes : $\forall a, x \in I, \ f(x) \ge f(a) + f'(a)(x-a)$
  - On peut utiliser l'inégalité des cordes :

    pour tous $a, b \in I$ tels que $a < b$ et tout $x \in [a, b]$: $f(x) \le f(a) + \dfrac{f(b)-f(a)}{b-a}(x-a)$

SF 2 — Etablir une inégalité du type « $\forall x, y \in I, \quad \varphi(x,y) \le \psi(x,y)$ »

- *Méthode 1.* On peut fixer y et étudier la fonction $f : x \mapsto \varphi(x,y) - \psi(x,y)$
- *Méthode 2.* En présence d'une fonction convexe :
  - On peut utiliser $f\big((1-t)x + ty\big) \le (1-t)f(x) + tf(y)$ pour t bien choisi
  - Pour n variables, on peut utiliser l'inégalité de Jensen.

SF 3 — Déterminer l'ensemble de définition d'une composée $g \circ f$

On procède par équivalences : $g \circ f(x)$ est défini ssi : $\begin{cases} x \in \mathscr{D}_f \\ f(x) \in \mathscr{D}_g \end{cases}$

SF 4 — Exploiter la parité ou la périodicité d'une fonction

Pour mener l'étude d'une fonction f définie sur D :

- Si f est paire ou impaire, il suffit de l'étudier sur $D \cap \mathbb{R}_+^*$.
- Si f est T périodique, il suffit de l'étudier sur $D \cap [0, T]$.

SF 5 — Justifier qu'une fonction composée $v \circ u$ est dérivable sur I

On peut utiliser le théorème de dérivabilité d'une composée si :

i) v est dérivable sur un certain intervalle J.

ii) Sur l'intervalle I, u est dérivable et pour tout $x \in I$: $u(x) \in J$.

SF 6 — Dériver une fonction composée $v \circ u$

Après avoir justifié la dérivabilité on utilise la formule $(v \circ u)' = u' \times \big(v' \circ u\big)$.
On utilise souvent les cas particuliers u^α, $\exp(u)$, $\ln(u)$, $\sin(u)$, $\cos(u)$ (*cf tableau*).

SF 7 — Déterminer le nombre de solution d'une équation du type $f(x) = k$

On utilise le tableau de variation de la fonction f.

SF 8 — Montrer que f est convexe sur I

- *Option 1.* Si f est dérivable, on peut montrer que f' est croissante.
- *Option 2.* On montre : $\forall a, b \in I, \quad \forall t \in [0,1], \quad f\big((1-t)a + tb\big) \le (1-t)f(a) + tf(b)$

SF 9 — Exploiter l'hypothèse de convexité de f sur I

- Si f est dérivable, on peut utiliser : $f(x) \ge f(a) + f'(a)(x-a)$ pour tous $a, x \in I$
- On peut utiliser la croissance de $\tau_a : x \mapsto \dfrac{f(x)-f(a)}{x-a}$ pour tout $a \in I$.

SF 10 — Ecrire $a\cos t + b\sin t$ sous la forme $A\cos(t-\varphi)$

- On factorise par $A = \sqrt{a^2+b^2}$
- On cherche φ tel que $\cos\varphi = \frac{a}{A}$ et $\sin\varphi = \frac{b}{A}$

SF 11 — Résoudre une équation trigonométrique

- *Outil 1* On se ramène à une équation du type $\cos\theta = \cos\varphi$ ou $\sin\theta = \sin\varphi$.
- *Outil 2* On utilise la transformation de $a\cos t + b\sin t$.
- *Outil 3* On utilise les formules de trigonométrie.

SF 12 — Résoudre une équation par analyse synthèse

i) Analyse : « On cherche les candidats. » On suppose que l'équation admet une solution et on essaie d'en déterminer sa forme : on aboutit à un ou plusieurs candidats solutions.

ii) Synthèse : « On teste les candidats. » On teste si les candidats dégagés dans l'étape d'analyse sont ou non effectivement solutions de l'équation.