SF 1 Montrer que $(G,\star)$ est un groupe

- *Méthode 1.* On montre que G est un **sous**-groupe d'un groupe connu :

i) *G n'est pas vide.*

ii) *G est stable par $\star$:* « Soient $x,y \in G$. Montrons que $x \star y \in G$ ... »

iii) *G est stable par passage à l'inverse $\star$:* « Soit $x \in G$. Montrons que $x^{-1} \in G$ ... »

- *Méthode 2.* On montre que G est le noyau ou l'image d'un morphisme de groupe.
- *Méthode 3.* On revient à la définition d'un groupe.

SF 2 Montrer que f est un morphisme de groupes de $(G,\cdot)$ dans $(G',\star)$

On vérifie que pour tous $x,y \in G$: $f(x \cdot y) = f(x) \star f(y)$

SF 3 Montrer qu'un morphisme $f : E \to F$ est injectif

il suffit de montrer que $\operatorname{Ker} f$ est réduit à $\{0_E\}$:

- « Soit $x \in E$ tel que $f(x) = 0_F$ » • On montre que $x = 0_E$.

Cela vaut pour un morphisme de groupes **comme pour un morphisme d'anneaux.**

SF 4 Montrer qu'un morphisme $f : E \to F$ est surjectif

Il s'agit de prouver que $\operatorname{Im} f = F$.

SF 5 Montrer que $(A,+,\times)$ est un anneau

- *Méthode 1.* On montre que A est un **sous**-anneau d'un anneau connu $(B,+,\times)$:

i) $1_B \in A$.

ii) *A est un sous-groupe de $(B,+)$*

iii) *A est stable par $\star$.*

- *Méthode 2.* On montre que A est le noyau ou l'image d'un morphisme d'anneaux.
- *Méthode 3.* On revient à la définition d'un anneau.

SF 6 Montrer que f est un morphisme d'anneaux de $(A,+,\cdot)$ dans $(B,+,\times)$

On vérifie que :

- $f(1_A) = 1_B$
- pour tous $x,y \in A$: $f(x+y) = f(x) + f(y)$
- pour tous $x,y \in A$: $f(x \cdot y) = f(x) \times f(y)$

SF 7 Montrer que $(K,+,\times)$ est un corps

On vérifie que :

- $(K,+,\times)$ est un anneau
- Tout $x \in K$ non nul possède un inverse dans K.