SF 1 Résoudre l'équation différentielle $y' + a(t)y = b(t)$

1. **Résolution de l'équation homogène.**
   - On identifie $a(t)$ • On trouve une primitive A de a

   Les solutions sont les fonctions de la forme $y_0 : t \mapsto Ce^{-A(t)}$ où $C \in \mathbb{K}$.
2. **Variation de la constante.**
   - On cherche *une* solution particulière y_1 sous la forme $y_1(t) = \lambda(t)e^{-A(t)}$
   - y_1 est solution pourvu que $\lambda'(t) = b(t)e^{A(t)}$
3. **Conclusion.** Les solutions de l'équation sont les fonctions $y_0 + y_1$.

SF 2 Résoudre l'équation homogène $y'' + ay' + by = 0$

1. On trouve les racines de l'équation caractéristique : $(\mathscr{C})\quad \lambda^2 + a\lambda + b = 0$
2. On applique les formules du cours selon la valeur du discriminant de $(\mathscr{C})$.

- Si $\mathbb{K} = \mathbb{C}$:

Discriminant Δ de $(\mathscr{C})$	Racines de $(\mathscr{C})$	Les solutions de (E_0) sont les fonctions :
$\Delta \neq 0$	λ_1 et λ_2	$t \mapsto Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$
$\Delta = 0$	λ_0	$t \mapsto (A + Bt)e^{\lambda_0 t}$

- Si $\mathbb{K} = \mathbb{R}$:

Discriminant Δ de $(\mathscr{C})$	Racines de $(\mathscr{C})$	Les solutions de (E_0) sont les fonctions :
$\Delta > 0$	λ_1 et λ_2	$t \mapsto Ae^{\lambda_1 t} + Be^{\lambda_2 t}$
$\Delta = 0$	λ_0	$t \mapsto (A + Bt)e^{\lambda_0 t}$
$\Delta < 0$	$\alpha \pm i\beta$	$y : t \mapsto e^{\alpha t}(A\cos\beta t + B\sin\beta t)$

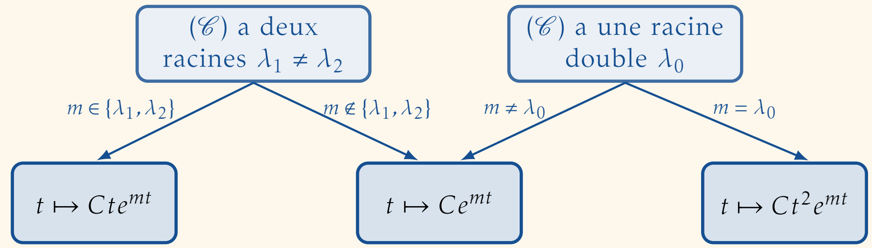
SF 3 Trouver une solution particulière de $y'' + ay' + by = Ke^{mt}$

1. On choisit la forme du candidat solution y_1 à tester.
   - *Si m n'est pas racine de $(\mathscr{C})$:*

     on cherche une solution y_1 de la forme : $y_1 : t \mapsto Ce^{mt}$
   - *Si $(\mathscr{C})$ a deux racines $\lambda_1 \neq \lambda_2$ et si $m = \lambda_1$ ou $m = \lambda_2$:*

     on cherche une solution y_1 de la forme : $y_1 : t \mapsto Cte^{mt}$.
   - *Si $(\mathscr{C})$ a une racine double λ_0 et si $m = \lambda_0$:*

     on cherche une solution y_1 de la forme : $y_1 : t \mapsto Ct^2e^{mt}$.



2. On teste le candidat y_1 dans l'équation pour déterminer la constante C :
   - on calcule y_1', y_1'' puis on exprime $y_1'' + ay_1' + by_1$ en fonction de C
   - on trouve C par identification à partir de $y_1'' + ay_1' + by_1 = Ke^{mt}$

SF 4 Trouver une solution de $y'' + ay' + by = K\cos\omega t$ (ou $K\sin\omega t$)

1. On cherche une solution particulière $\widetilde{y_1}$ de : $y'' + ay' + by = Ke^{i\omega t}$
2. On prend la partie réelle ou la partie imaginaire de $\widetilde{y_1}$.

SF 5 Résoudre une équation fonctionnelle sur des fonctions dérivables

On raisonne en général par analyse-synthèse.

- Dans l'analyse, si f est solution on peut essayer de dériver l'équation pour obtenir une équation différentielle simple vérifiée par f.
- Toujours dans l'analyse, évaluer l'équation de départ permet souvent de déterminer $f(0)$ et d'éliminer des candidats.
- On n'oublie pas l'étape de synthèse *i.e.* le test des candidats solutions.