I Méthode du pivot de Gauss

1 Résolution d'un système échelonné

SF 1 : résolution d'un système échelonné

Exemple 1 — Résoudre le système suivant $(S_1) : \begin{cases} x+3y+2z=2 & (L_1) \\ 2y+5z=4 & (L_2) \\ 4z=8 & (L_3) \end{cases}$

Exemple 2 — Trouver un point et un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}$ d'équations : $\begin{cases} -x+2y-z=0 \\ y-2z=5 \end{cases}$

2 Opérations élémentaires

Définition 1

Soit (S) un système linéaire de n équations à p inconnues. On appelle opération élémentaire l'une des opérations des types suivants

i) Echange de deux lignes, notée :

ii) Multiplication d'une ligne par un scalaire $\boxed{\text{non nul}}$, notée :

iii) Addition à une ligne d'un multiple d'une $\boxed{\text{autre}}$ ligne, notée :

• **Remarque.** Les opérations élémentaires transforment un système sans modifier l'ensemble de ses solutions

Exemple 3 — Trouver un point et un vecteur directeur de la droite $\mathscr{D}$ d'équations $\begin{cases} x+2y+z=5 \\ 3x+y-2z=0 \end{cases}$.

3 Méthode du pivot de Gauss pour la résolution des systèmes linéaires

Principes de la méthode

Résoudre un système (S) en deux étapes :

- Etape 1 : *Echelonnement*. Par des opérations élémentaires, on transforme (S) en un système échelonné
- Etape 2 : *Remontée*. On résout ce système par remontée.

Exemple 4 SF 2 SF 3 — Résoudre : $(S_1)\begin{cases} x-y+z+t=2 \\ x+y+2t=3 \\ 2x-y+3z+t=3 \\ x-2y+3z-t=0 \end{cases}$ et $(S_2)\begin{cases} y+t=-1 \\ x+2y+z+3t=1 \\ x+z+t=3 \\ x+y+z+2t=2 \end{cases}$

SF 4 : Discuter et résoudre un système avec un paramètre

Exemple 5 — Discuter et résoudre en fonction du paramètre m le système : $(S_3)\begin{cases} x+2y+mz=1 \\ mx+2y+z=m \\ x+3y+2mz=0 \end{cases}$

4 Systèmes de 2 équations à 2 inconnues

Définition 2

On appelle *déterminant du système* (S) $\begin{cases} ax+by=c \\ a'x+b'y=c' \end{cases}$ le nombre :

Théorème 1

Si $\begin{vmatrix} a & b \\ a' & b' \end{vmatrix} \neq 0$, alors (S) a une unique solution donnée par :

Exercice 1 — Démontrer ce théorème.

Exemple 6 SF 5 — **a)** Résoudre : $\begin{cases} 4x+3y=5 \\ 3x+2y=3 \end{cases}$ **b)** Résoudre en fonction de m : $\begin{cases} mx+y=m \\ 4x+my=2m \end{cases}$