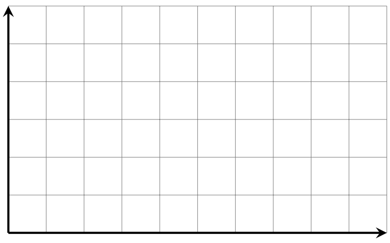
I Définitions de la limite

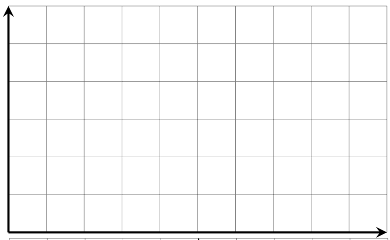
1 Limite en un point (a est fini)

Définition 1

Soit $\ell \in \mathbb{R}$. On dit que f admet ℓ pour limite en a si :

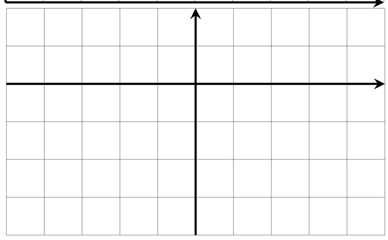
- **Interprétation.**





Définition 2

On dit que f admet $-\infty$ pour limite en a si :



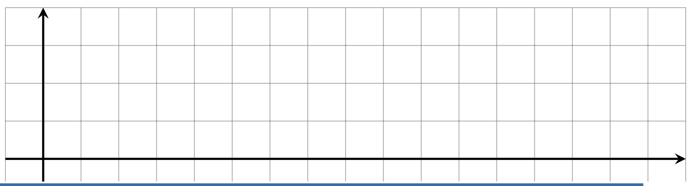
- **Graphiquement.**

2 Limites à l'infini ($a = \pm\infty$)

Définition 3

Soit $\ell \in \mathbb{R}$. On dit que f admet ℓ pour limite en $+\infty$ si :

- **Graphiquement.**



Définition 4

f admet $+\infty$ pour limite en $-\infty$ si :

Exercice 1 — Définir avec des quantificateurs :
a) f admet $+\infty$ pour limite en a **b)** f admet ℓ pour limite en $-\infty$ **c)** f admet $-\infty$ pour limite en $+\infty$

3 Premières propriétés

Théorème 1 : Premières propriétés

1. Si f admet en a une limite alors :

   On note : • • •

2. Si f admet une limite finie en a alors :
3. Si f admet en a une limite $\ell > 0$ alors :
4. Si $f(x) \underset{x \to a}{\longrightarrow} 0$ et si g est bornée au voisinage de a :

- **Vocabulaire.** On dit que f vérifie une propriété P :
  - *Au voisinage de* $a \in \mathbb{R}$ si :
  - *Au voisinage de* $+\infty$, si :

Exemple 1 — **a)** Au voisinage de 0, cos est : **b)** Au voisinage de $1/2$, $x \mapsto \lfloor x \rfloor$ est :

Exercice 2 — Démontrer le théorème (dans le cas a et ℓ finis) en adaptant les preuves faites pour les suites.