I Justifier la continuité de f sur l'intervalle I tout entier

- **Vocabulaire.** On dit que f est continue sur I si :

Ingrédient nº 1 : opérations sur les fonctions continues

Que ce soit en un point ou sur un intervalle, les fonctions suivantes sont continues :

- La somme et le produit de deux fonctions continues.
- Le quotient de deux fonctions continues dont le dénominateur ne s'annule pas.
- La composée de deux fonctions continues (composables).

- **Remarque.** Etre continue en a, c'est admettre une limite finie en a. Donc les résultats ci-dessus sont simplement des reformulations des théorèmes relatifs aux opérations sur les limites.

Ingrédient nº 2 : continuité des fonctions usuelles

Les fonctions usuelles (fonctions polynômes, fonctions rationnelles, exp, ch, sh, th, ln, fonctions puissances, cos, sin, tan, $\sqrt{\cdot}$, Arccos , Arcsin , Arctan) sont continues sur leur ensemble de définition.

SF 6 : Justifier la continuité de f sur un intervalle

Exemple 1 — 1. Justifier que la fonction $f : x \mapsto \operatorname{Arctan}\left(\sqrt{\dfrac{x}{1-x}}\right)$ est continue sur $[0,1[$.
2. Que peut-on dire en 1 ?

Exemple 2 — Justifier la continuité sur $\mathbb{R}$ de $g : x \mapsto \begin{cases} 1 & \text{si } x \leq 1, \\ x^{\ln(\ln x)} & \text{si } x > 1. \end{cases}$.

Exercice 1 — Montrer que si f est lipschitzienne sur I alors f est continue sur I.