

III Formulaire de trigonométrie

Rappels et compléments sur les fonctions

Formules de base – ♥♥

$$\cos^2(x) + \sin^2(x) = 1$$

$$\begin{cases} \cos(-x) = \cos x \\ \sin(-x) = -\sin x \end{cases}$$

Formules avec π – ♥ A retrouver sur le cercle

$$\cos(\pi - x) = -\cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

$$\sin(\pi - x) = \sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x$$

$$\cos(\pi + x) = -\cos x$$

$$\cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = -\sin x$$

$$\sin(\pi + x) = -\sin x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$$

Formules d'addition – ♥♥

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b$$

$$\cos(a - b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b$$

$$\sin(a + b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b$$

$$\sin(a - b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b$$

Formules de duplication – ♥♥

$$\sin(2a) = 2 \sin a \cos a$$

$$\cos(2a) = \cos^2 a - \sin^2 a = 2 \cos^2 a - 1 = 1 - 2 \sin^2 a$$

Transformations de sommes en produits – ♥♥

En posant : « $p = a + b$ et $q = a - b$ » i.e. $a = \frac{p+q}{2}$ et $b = \frac{p-q}{2}$

$$\cos p + \cos q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\cos p - \cos q = -2 \sin \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p + \sin q = 2 \sin \frac{p+q}{2} \cos \frac{p-q}{2}$$

$$\sin p - \sin q = 2 \cos \frac{p+q}{2} \sin \frac{p-q}{2}$$

Formules avec $\tan$ – ♥♥

$$\tan(a + b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \quad \tan(2a) = \frac{2 \tan a}{1 - \tan^2 a}$$

$$\tan(a - b) = \frac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \tan b}$$

Formules avec $\tan \frac{a}{2}$ – ♥♥

$$\cos a = \frac{1 - \tan^2 \frac{a}{2}}{1 + \tan^2 \frac{a}{2}} \quad \sin a = \frac{2 \tan \frac{a}{2}}{1 + \tan^2 \frac{a}{2}}$$

Valeurs remarquables

x	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin x$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
$\cos x$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\tan x$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	×

Produits en sommes – ♥

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} (\cos(a + b) + \cos(a - b))$$

$$\sin a \sin b = \frac{1}{2} (\cos(a - b) - \cos(a + b))$$

$$\sin a \cos b = \frac{1}{2} (\sin(a + b) + \sin(a - b))$$

Linéarisation – ♥♥

$$\cos^2(a) = \frac{1 + \cos(2a)}{2} \quad \sin^2(a) = \frac{1 - \cos(2a)}{2}$$