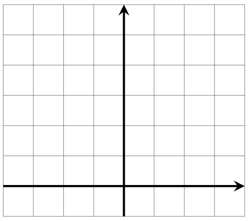
I Etude de fonction : rappels de terminale

- **Cadre.** • D est une partie de $\mathbb{R}$. • $f : D \to \mathbb{R}$ est une fonction. • D est *l'ensemble de définition de* f.

Exemple 1 — Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \sqrt{\ln|x|}$.

1 Transformations affines du graphe : Voir la fiche récapitulative

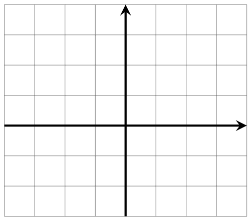
2 Parité, imparité périodicité



Définition 1

On suppose D *symétrique* par rapport à 0 :

- f est *paire* si :
- f est *impaire* si :



Exemple 2 — Que dire de la dérivée d'une fonction dérivable paire ? impaire ?

SF 12 : un raisonnement par analyse-synthèse

Exemple 3 — Soit f une fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$. Montrer que f s'écrit de façon unique comme la somme d'une fonction paire et d'une fonction impaire.

Définition 2

Soit $T > 0$. La fonction f est T-*périodique* si :

Exercice 1 — On suppose f T-périodique sur $\mathbb{R}$. Soit $\omega > 0$. Déterminer une période de la fonction $g : t \mapsto f(\omega t)$

Exercice 2 — On suppose f T-périodique. Soit $x \in D$. Trouver $y \in [0, T[$ tel que : $f(y) = f(x)$.

3 Rappels sur la dérivation

- **Cadre.** • I est un intervalle • $f : I \to \mathbb{R}$ est une fonction définie sur I • a est un point de I.

Définition 3

- f est dérivable en a si son taux d'accroissement en a,

  En ce cas on pose :

- Si f est dérivable en tout point de I, on dit que f est dérivable sur I, et on appelle dérivée de f la fonction f'.

- **Formulaire à connaître .** *Voir, et connaître, les tableaux correspondants.*

Théorème 1 : Composition (rappel)

On suppose que : *i)* v est dérivable sur J *ii)* u est dérivable sur I et valeurs dans J *i.e.* :

alors $v \circ u$ est dérivable sur I et :

- **Cas particuliers à savoir.** Les dérivées des composées usuelles u^α, e^u, $\ln(u)$, $\cos u$, $\sin u$ (*cf tableau*).

SF 5 : justifier la dérivabilité d'une composée

a) Déterminer l'ensemble de définition de $f : x \mapsto \sqrt{x(1-x)}$ **b)** Trouver un ensemble sur lequel f est dérivable

Théorème 2

On suppose f dérivable sur I.

- f est croissante sur I ssi :
- f est constante sur I ssi :
- *Condition suffisante de stricte monotonie :*

Exemple 4 — Montrer que la fonction $f : x \mapsto 2x + \cos(2x)$ est strictement croissante sur $[0, 2\pi]$.

SF 12 : un raisonnement par analyse-synthèse

Exemple 5 — Trouver toutes les $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ dérivables telles que : $\forall x, y \in \mathbb{R}, \quad f(x) - f(y) = (x-y) f'\left(\frac{x+y}{2}\right)$