IV Fonctions circulaires réciproques (suite)

2 Fonction Arc tangente

Définition

Exercice 1 — Montrer que tan réalise une bijection de $]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ sur $\mathbb{R}$.

Définition 1

En pratique

Si $x \in \mathbb{R}$, calculer $\theta = \operatorname{Arctan} x$ revient à trouver θ tel que :

-
-

Exemple 1 — Calculer $\operatorname{Arctan} 1$, $\operatorname{Arctan} \sqrt{3}$, $\operatorname{Arctan} 0$, $\operatorname{Arctan} \dfrac{-1}{\sqrt{3}}$.

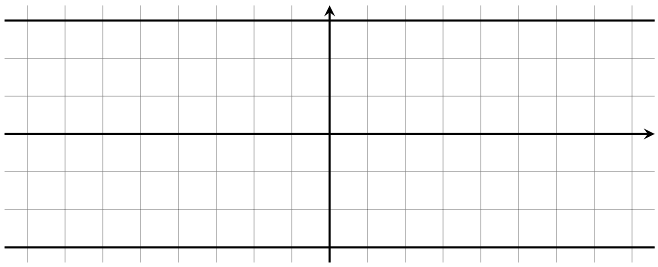
- **Conséquences.**
  -
  -

Exemple 2 — Soit $z = x + iy \in \mathbb{C} \setminus \mathbb{R}_-$. Montrer qu'une forme trigonométrique de z est :
- Si $x > 0$: $z = \sqrt{x^2+y^2}\, e^{i \operatorname{Arctan} \frac{y}{x}}$
- Si $x < 0$: $z = \sqrt{x^2+y^2}\, e^{i(\pi + \operatorname{Arctan} \frac{y}{x})}$

Théorème 1 : (Admis provisoirement)

Sur $\mathbb{R}$, la fonction Arctan est :

-
-



Propriétés de Arctan

Théorème 2

Exercice 2 ♥ — Prouver l'imparité de Arctan.

Théorème 3 : dérivée

Arctan est dérivable sur $\mathbb{R}$ et :

Exercice 3 ♥ — Démontrer le théorème en utilisant la formule de dérivation des fonctions réciproques.

Théorème 4

Exercice 4 ♥ — Démontrer le théorème en s'inspirant de la preuve de : $\forall x \in [-1, 1], \operatorname{Arccos} x + \operatorname{Arcsin} x = \frac{\pi}{2}$

SF 7 : Résoudre une équation avec Arctan par *Analyse-Synthèse*

♥ **Exemple 3** — Résoudre l'équation d'inconnue x : $\operatorname{Arctan} 2x + \operatorname{Arctan} 3x = \dfrac{\pi}{4}$.