

1 Fonctions Arc sinus et Arc cosinus

■ Définitions

Exercice 1 — Montrer que sinus réalise une bijection de $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ sur $[-1, 1]$.

Définition 1

Arcsin est la fonction réciproque de la restriction de sin à $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

En pratique

Calculer $\theta = \text{Arcsin } x$ revient à trouver θ tel que :

-
-

Exemple 1 — Calculer $\text{Arcsin } \frac{1}{2}$, $\text{Arcsin } 1$, $\text{Arcsin } 0$, $\text{Arcsin } -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

• Conséquences.

- Pour tout $x \in [-1, 1]$, $\sin(\text{Arcsin } x) = x$
- Pour tout $\theta \in [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$,

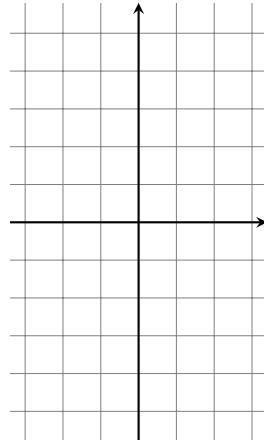
Exemple 2

Calculer $\text{Arcsin} \sin \frac{2\pi}{3}$ et $\text{Arcsin} \sin \frac{20\pi}{3}$

Théorème 1

- Sur $[-1, 1]$, Arcsin est :
-
-

- Arcsin est dérivable sur $]-1, 1[$ et pour tout $x \in]-1, 1[$:



- **Remarque.** Arcsin est une fonction impaire.

■ Propriétés

Théorème 3

Pour tout $x \in [-1, 1]$:

Exercice 3 — Etablir l'égalité pour $\cos(\text{Arcsin } x)$.

Exercice 4 — Démontrer le résultat portant sur la dérivée de Arcsin.

SF 5 : Etablir une égalité du type : « $\forall x \in I, f(x) = k$ » par étude de fonction

Exemple 5 — Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$: $\text{Arccos } x + \text{Arcsin } x = \frac{\pi}{2}$

SF 7 : Résoudre une équation avec Arccos, Arcsin par Analyse-Synthèse

Exemple 6 — Résoudre l'équation d'inconnue x : $\text{Arccos } x = 2 \text{ Arcsin } x$.

Exercice 2 — Montrer que cosinus réalise une bijection de $[0, \pi]$ sur $[-1, 1]$.

Définition 2

Arccos est la fonction réciproque de la restriction de cos à $[0, \pi]$.

En pratique

Calculer $\theta = \text{Arccos } x$ revient à trouver θ tel que :

-
-

Exemple 3 — Calculer $\text{Arccos } \frac{1}{2}$, $\text{Arccos } 1$, $\text{Arccos } 0$, $\text{Arccos } -\frac{1}{2}$.

• Conséquences.

-
- Pour tout θ

Exemple 4

1. Calculer $\text{Arccos} \cos -\frac{\pi}{3}$ et $\text{Arccos} \cos \frac{20\pi}{3}$.
2. Simplifier $\text{Arccos} \cos \theta$ pour $\theta \in [\pi, 2\pi]$.

