

1 Fonctions Arc sinus et Arc cosinus

■ Définitions

Exercice 1 — Montrer que sinus réalise une bijection de $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$ sur $[-1, 1]$.

Définition 1

Arcsin est la fonction réciproque de la restriction de sin à $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.

En pratique

Calculer $\theta = \text{Arcsin } x$ revient à trouver θ tel que :

-
-

Exemple 1 — Calculer $\text{Arcsin } \frac{1}{2}$, $\text{Arcsin } 1$, $\text{Arcsin } 0$, $\text{Arcsin } \frac{-\sqrt{3}}{2}$.

• Conséquences.

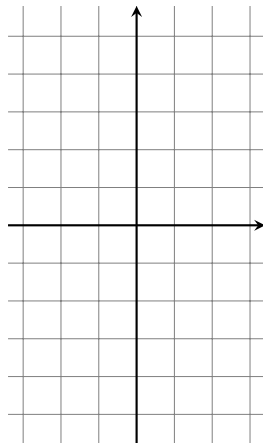
- Pour tout $x \in$, $\sin(\text{Arcsin } x) =$
- Pour tout $\theta \in$

Exemple 2 —

Calculer $\text{Arcsin } \sin \frac{2\pi}{3}$ et $\text{Arcsin } \sin \frac{20\pi}{3}$

Théorème 1

- Sur $[-1, 1]$, Arcsin est :
 -
 -
- Arcsin est dérivable sur $] -1, 1[$ et pour tout $x \in] -1, 1[$:



• **Remarque.** Arcsin est une fonction impaire.

■ Propriétés

Théorème 3

Pour tout $x \in [-1, 1]$:

Exercice 3 ♥ — Etablir l'égalité pour $\cos(\text{Arcsin } x)$.

Exercice 4 ♥ — Démontrer le résultat portant sur la dérivée de Arcsin.

SF 5 : Etablir une égalité du type : « $\forall x \in I, f(x) = k$ » par étude de fonction

♥ **Exemple 5** — Montrer que pour tout $x \in [-1, 1]$: $\text{Arccos } x + \text{Arcsin } x = \frac{\pi}{2}$

SF 7 : Résoudre une équation avec Arccos, Arcsin par Analyse-Synthèse

♥ **Exemple 6** — Résoudre l'équation d'inconnue x : $\text{Arccos } x = 2 \text{Arcsin } x$.

Exercice 2 — Montrer que cosinus réalise une bijection de $[0, \pi]$ sur $[-1, 1]$.

Définition 2

Arccos est la fonction réciproque de la restriction de cos à $[0, \pi]$.

En pratique

Calculer $\theta = \text{Arccos } x$ revient à trouver θ tel que :

-
-

Exemple 3 — Calculer $\text{Arccos } \frac{1}{2}$, $\text{Arccos } 1$, $\text{Arccos } 0$, $\text{Arccos } \frac{-1}{2}$.

• Conséquences.

-
- Pour tout θ

Exemple 4 —

1. Calculer $\text{Arccos } \cos -\frac{\pi}{3}$ et $\text{Arccos } \cos \frac{20\pi}{3}$.
2. Simplifier $\text{Arccos } \cos \theta$ pour $\theta \in [\pi, 2\pi]$.

Théorème 2

- Sur $[-1, 1]$, Arccos est :
 -
 -
- Arccos est dérivable sur $] -1, 1[$ et pour tout $x \in] -1, 1[$:

