

- Cadre.** Etant donné  $F \in \mathbb{R}(X)$  on cherche à calculer  $\int_a^b F(t) dt$ .
- Objectif.** On cherche une primitive de  $F$ .

### SF 14 : Méthode générale

On décompose  $F$  en éléments simples dans  $\mathbb{R}(X)$ , on est ramené à primitiver des « morceaux » de 3 types :

Fonction	Type 1 Polynôme (partie entière)	Type 2 fonctions $x \mapsto \frac{1}{(x-a)^k}$ , avec $a \in \mathbb{R}$ et $k \in \mathbb{N}^*$	Type 3 fonctions $x \mapsto \frac{ax+b}{x^2+px+q}$ , avec $p^2 - 4q < 0$
Primitive		<ul style="list-style-type: none"> <li>Si <math>k = 1</math> :</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Si <math>k \geq 2</math> :</li> </ul> <p>i) On fait apparaître la forme <math>\frac{u'}{u}</math> i.e. on fait apparaître <math>u'(x) = 2x + p</math> au numérateur (factoriser par <math>\frac{a}{2}</math> puis ajouter et retrancher <math>p</math>) ii) Le « morceau » restant se primitive à l'aide d'un arctangente</p> <p><i>Rappel :</i></p>

**Exemple 1** Exemple pour le type 3 — Déterminer une primitive de : a)  $x \mapsto \frac{3+4x}{x^2+4}$       b)  $x \mapsto \frac{x+3}{x^2+2x+5}$

**Exemple 2** — Calculer  $\int_0^{\frac{1}{2}} \frac{4t^5}{t^4-1} dt$

**Exemple 3** — Calculer  $\int_0^x \frac{t}{(t^2+t+1)(1+t)^3} dt$  pour tout  $x > 0$  et étudier sa limite lorsque  $x$  tend vers  $+\infty$